

Aus dem Max-Planck-Institut für Kernphysik, Heidelberg

Die Coulomb-Energien leichter Atomkerne

Von

J. JÄNECKE*

Mit 5 Figuren im Text

(Eingegangen am 4. Juli 1960)

A compilation of the known data on Coulomb energy differences of isobaric doublets and isobaric triplets is given. Plots of the Coulomb energy differences versus $\bar{Z}/A^{\frac{1}{2}}$ with $\bar{Z} = (Z_1 + Z_2)/2$ show an analogous shell structure behaviour for the three series with $2\bar{Z} = A - 1$, A and $A + 1$ ($T = 1, \frac{1}{2}$ and 1), i.e. discontinuities at the closed shells at $A = 4, 16$ and 40 and the closed subshell at $A = 32$ and oscillations mainly being due to Coulomb proton-proton pairing energy. A positive energy shift of the lowest states with $T = 1$ of all self-conjugate nuclei with $A = 4n + 2$ seems to be indicated by the experimental data. A semi-empirical formula is given that describes the data.

1. Einleitung

Aus der Lage der analogen Zustände von Isobarenmultipletts lassen sich bei den leichten Atomkernen Aussagen über die Coulomb-Energien gewinnen. Beispielsweise kann man die Coulomb-Energiedifferenzen der Spiegelkerne aus deren Zerfallsenergien bestimmen. Mit dem Verhalten dieser Coulomb-Energiedifferenzen zwischen den Grundzuständen zum Isobarenspin $T = \frac{1}{2}$ befassen sich eine Reihe von Arbeiten¹⁻¹⁸. Die

* Jetzt: The University of Michigan, Ann Arbor (U.S.A.).

¹ BETHE, H.A.: Phys. Rev. **54**, 436 (1938).

² WIGNER, E.P.: Phys. Rev. **56**, 519 (1939).

³ WHITE, M.G., E.C. CREUTZ, L.A. DELSASSO u. R.R. WILSON: Phys. Rev. **59**, 63 (1941).

⁴ FEENBERG, E., u. G. GOERTZEL: Phys. Rev. **70**, 597 (1946).

⁵ COOPER, L.N., u. E.M. HENLEY: Phys. Rev. **92**, 801 (1953).

⁶ STÄHELIN, P.: Helv. phys. Acta **26**, 691 (1953).

⁷ JANCOVICI, B.G.: Phys. Rev. **95**, 389 (1954).

⁸ PEASLEE, D.C.: Phys. Rev. **95**, 717 (1954).

⁹ CARLSON, B.C., u. I. TALMI: Phys. Rev. **96**, 436 (1954).

¹⁰ SCOTT, J.M.C.: Progr. Nuclear Phys. **5**, 172 (1956).

¹¹ KOFOED-HANSEN, O.: Nuclear Phys. **2**, 441 (1956/57).

¹² SOOD, P.C., u. A.E.S. GREEN: Nuclear Phys. **4**, 274 (1957).

¹³ WELCH, J.A., u. R. WALLACE: Bull. Amer. Phys. Soc. II **3**, 206 (1958). --

WALLACE, R., u. J.A. WELCH: Phys. Rev. **117**, 1297 (1960).

¹⁴ ARNELL, S.E., J. DUBOIS u. O. ALMÉN: Nuclear Phys. **6**, 196 (1958).

¹⁵ SWAMY, N.V.V., u. A.S. GREEN: Phys. Rev. **112**, 1719 (1958).

¹⁶ KOFOED-HANSEN, O.: Rev. Mod. Phys. **30**, 449 (1958).

¹⁷ UNNA, I.: Nuclear Phys. **8**, 468 (1958).

¹⁸ CHERRY, R.D.: Phys. Rev. **115**, 1243 (1959).

Unstetigkeiten im Verlauf der Energiedifferenzen in Abhängigkeit von A bei den doppelt magischen Zahlen sowie die überlagerten Strukturen lassen sich theoretisch qualitativ beschreiben. Weit weniger ist jedoch über die Coulomb-Energiedifferenzen zwischen den tiefsten Zuständen zum Isobarens핀 $T=1$ bekannt^{6,8,11,16,19,20,21}. Ziel dieser Arbeit ist es, aus einer Zusammenstellung aller verfügbaren Daten eventuelle Gemeinsamkeiten im Verhalten der beiden Reihen von Coulomb-Energiedifferenzen zu $T=1$ mit der Reihe zu $T=\frac{1}{2}$ (Spiegelkerne) zu erkennen und eine gemeinsame Beschreibung zu finden.

2. Die ersten und zweiten Coulomb-Energiedifferenzen

Die Werte für die ersten Coulomb-Energiedifferenzen¹⁶

$${}^1\Delta(\bar{Z}, \bar{N}, A) = E_c(\bar{Z} + \frac{1}{2}, \bar{N} - \frac{1}{2}, A) - E_c(\bar{Z} - \frac{1}{2}, \bar{N} + \frac{1}{2}, A) \quad (1)$$

mit $\bar{Z} = (Z_1 + Z_2)/2$ und $\bar{N} = (N_1 + N_2)/2$ (Index 1 bzw. 2 bezieht sich auf Anfangs- und Endkern) ergeben sich aus den gemessenen maximalen β -Energien oder aus Q -Werten von (p, n) -, (d, n) -, (d, p) -, (α, n) - und (α, p) -Reaktionen nach den folgenden Beziehungen:

$${}^1\Delta = 1,804 + E_{\beta^+}, \quad (2a)$$

$${}^1\Delta = 0,782 + E_K, \quad (2b)$$

$${}^1\Delta = 0,782 - E_{\beta^-}, \quad (2c)$$

$${}^1\Delta = -Q_{pn}, \quad (2d)$$

$${}^1\Delta = Q_{dp} - Q_{dn}, \quad (2e)$$

$${}^1\Delta = Q_{\alpha p} - Q_{\alpha n}. \quad (2f)$$

Die Beziehungen (2a) bis (2c) gelten für β -Übergänge bzw. K -Einfang zwischen analogen Zuständen. Gl. (2d) gilt, wenn die Zustände von Anfangs- und Endkern analog sind. Gl. (2e) und (2f) gelten, wenn die Reaktionen vom gleichen Kern ausgehen und zu analogen Zuständen der Endkerne führen.

Sämtliche Gln. (2a) bis (2f) lassen sich auf eine andere Klasse von Zerfällen und Reaktionen erweitern, wenn ein selbstkonjugierter Kern ($Z=N=A/2$) beteiligt ist. Geht nämlich der Zerfall oder die Reaktion über den tiefsten Zustand zum Isobarens핀 $T=0$ und nicht über den tiefsten Zustand zu $T=1$, so bleiben die Beziehungen gültig, wenn man auf der rechten Seite $\pm A_{10}$ addiert. A_{10} ist der Energieabstand zwischen den tiefsten Zuständen zu $T=1$ und $T=0$. Das positive Zeichen gilt für

¹⁹ MOSZKOWSKY, S.A., u. D.C. PEASLEE: Phys. Rev. **93**, 455 (1954).

²⁰ WILKINSON, D.H.: Phil. Mag. **1**, 1031 (1956).

²¹ TEMMER, G.M., u. N.P. HEYDENBURG: Phys. Rev. **111**, 1303 (1958).

Zerfälle oder Reaktionen zwischen dem selbstkonjugierten und dem neutronenreichen Kern des Isobarentriplets, d.h. für $T_z = 0 \leftrightarrow T_z = +1$, das negative Zeichen gilt entsprechend für den protonenreichen und den selbstkonjugierten Kern des Isobarentriplets, d.h. für $T_z = -1 \leftrightarrow T_z = 0$.

In Tabelle 1 sind sämtliche gemessenen Coulomb-Energiedifferenzen zusammengestellt²². Spalte 3 enthält die Werte ${}^1\Delta$ für $T = \frac{1}{2}$ (Spiegelkerne), Spalte 2 und 4 die Werte für $T = 1$. Die Energiewerte Δ_{10} in Spalte 5 geben die Lage des ersten Zustandes zum Isobarensplein $T = 1$ an.

Die Coulomb-Energiedifferenzen werden unter der Annahme einer homogenen Ladungsverteilung im Kern durch folgende Beziehung beschrieben¹⁶:

$${}^1\Delta(\bar{Z}, \bar{N}, A) = 1,2 \cdot \frac{e^2}{r_0(A)} \cdot \frac{\bar{Z}}{A^{\frac{1}{3}}} - S_p. \quad (3)$$

Dabei ist $r_0(A) \cdot A^{\frac{1}{3}}$ der Kernradius mit einem langsam mit A veränderlichen Äquivalenzradius $r_0(A)$; \bar{Z} steht für $(Z_1 + Z_2)/2$ und S_p ist die Coulomb-Selbstenergie^{5, 8, 10, 15, 18} des Protons. Es ist nach Gl. (3) daher vernünftig, die Werte aus Tabelle 1, Spalte 2 bis 4 als Funktion von $\bar{Z}/A^{\frac{1}{3}}$ aufzutragen. Fig. 1 zeigt die drei Kurven für $T = \frac{1}{2}$, $\bar{Z} = A/2$, für $T = 1$, $\bar{Z} = (A - 1)/2$ und für $T = 1$, $\bar{Z} = (A + 1)/2$. Man erkennt in den drei Darstellungen Unstetigkeiten bei den abgeschlossenen Hauptschalen bei $A = 4, 16$ und 40 sowie schwach bei der abgeschlossenen Unterschale bei $A = 32$. Außerdem überlagern sich Oszillationen, deren Amplitude bei den Isobarentriplets kleiner ist als bei den Isobarendubletts. Die eingezeichneten Geraden werden später besprochen.

Die Diskussion der überlagerten Strukturen wird erleichtert durch Bildung der zweiten Coulomb-Energiedifferenzen:

$$\left. \begin{aligned} {}^2\Delta(\bar{Z} + \frac{1}{2}, \bar{N} + \frac{1}{2}, A + 1) &= {}^1\Delta(\bar{Z} + 1, \bar{N} + 1, A + 2) - {}^1\Delta(\bar{Z}, \bar{N}, A) \\ {}^2\Delta^n(\bar{Z}, \bar{N} + \frac{1}{2}, A + \frac{1}{2}) &= {}^1\Delta(\bar{Z}, \bar{N} + 1, A + 1) - {}^1\Delta(\bar{Z}, \bar{N}, A) \\ {}^2\Delta^p(\bar{Z} + \frac{1}{2}, \bar{N}, A + \frac{1}{2}) &= {}^1\Delta(\bar{Z} + 1, \bar{N}, A + 1) - {}^1\Delta(\bar{Z}, \bar{N}, A) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

${}^2\Delta$ gibt an, in welcher Weise sich die Coulomb-Energiedifferenzen unterscheiden, wenn die Anfangs- und Endkerne jeweils ein Proton und ein Neutron mehr enthalten. Entsprechend beschreiben ${}^2\Delta^n$ und ${}^2\Delta^p$ die Änderungen beim Hinzufügen eines Neutrons oder Protons allein. Man gewinnt diese Werte aus Tabelle 1 durch Differenzbildung vertikal oder diagonal benachbarter Werte in den Spalten 2, 3 und 4.

²² Werte nach F. AJZENBERG-SELOVE u. T. LAURITSEN: Nuclear Phys. **11**, 1 (1959); ENDT, P.M., u. C.M. BRAAMS: Rev. Mod. Phys. **29**, 683 (1957); MILLER, J.H., u. D.C. SUTTON: Bull. Amer. Phys. Soc. II **3**, 206 (1958); HASHIMOTO, Y., u. W.P. ALFORD: Phys. Rev. **116**, 981 (1959), und den Zitaten 13, 21, 25 und 27.

Tabelle 1. Erste Coulomb-Energiedifferenzen ${}^1\Delta$ zwischen Isobarendoublets ($T = \frac{1}{2}$) und Isobarentriplets ($T = 1$) sowie Energieunterschied Δ_{10} der tiefsten Zustände zu $T = 1$ und $T = 0$

(1)	(2)	(3) ${}^1\Delta$ in MeV	(4)	(5) Δ_{10} in MeV	(6)	(7) $\bar{Z}/A^{\frac{1}{3}}$	(8)
A	$2\bar{Z} = A - 1$ $A = 4n; 4n + 2$ $T = 1$ $T_z = 0 \leftrightarrow T_z = +1$	$2\bar{Z} = A$ $A = 4n + 1; 4n + 3$ $T = \frac{1}{2}$ $T_z = -\frac{1}{2} \leftrightarrow T_z = +\frac{1}{2}$	$2\bar{Z} = A + 1$ $A = 4n; 4n + 2$ $T = 1$ $T_z = -1 \leftrightarrow T_z = 0$	$2Z = A$ $A = 4n; 4n + 2$ $T = 1 \leftrightarrow T = 0$ $T_z = 0$	$2\bar{Z} = A - 1$	$2\bar{Z} = A$	$2\bar{Z} = A + 1$
1		0,000				0,500	
2					0,397		1,190
3		0,764 ± 0,001				1,040	
4					0,945		1,575
5		0,839 ± 0,050				1,462	
6	0,810 ± 0,020		1,660 ± 0,200	3,560 ± 0,006	1,375		1,926
7		1,645 ± 0,001				1,830	
8	1,470 ± 0,050		2,090 ± 0,010	16,670 ± 0,010	1,750		2,250
9		1,852 ± 0,002				2,163	
10	1,966 ± 0,007		2,758 ± 0,090	1,739 ± 0,005	2,088		2,552
11		2,763 ± 0,003				2,473	
12	2,520 ± 0,020		3,130 ± 0,080	15,110 ± 0,010	2,402		2,838
13		3,007 ± 0,002				2,764	
14	2,940 ± 0,002		3,614 ± 0,008	2,312 ± 0,001	2,697		3,111
15		3,543 ± 0,002				3,041	
16	3,160 ± 0,020		3,630 ± 0,030	12,780 ± 0,010	2,976		3,373
17		3,551 ± 0,006				3,306	
18	3,530 ± 0,010		3,920 ± 0,200	1,085 ± 0,010	3,243		3,624
19		4,025 ± 0,004				3,560	
20	{ 3,700 ± 0,100		{ 6,150 ± 0,200	{ 9,970 ± 0,100			
21	{ 4,340 ± 0,100	4,310 ± 0,020	{ 5,510 ± 0,200	{ 10,670 ± 0,100	3,499		3,868
22	4,289 ± 0,005			0,666 ± 0,004	3,748	3,806	4,103
23		4,844 ± 0,007				4,044	
24	4,740 ± 0,100		5,300 ± 0,300	9,470 ± 0,100	3,987		4,333
25		5,080 ± 0,020				4,274	
26	5,006 ± 0,010			0,228 ± 0,005	4,219		4,556
27		5,593 ± 0,009				4,500	
28	5,510 ± 0,100		5,230 ± 0,500	9,380 ± 0,100	4,446		4,774
29		5,748 ± 0,005				4,720	
30	5,730 ± 0,020			0,686 ± 0,006	4,666		4,986
31		6,233 ± 0,011				4,934	
32	6,060 ± 0,060		6,710 ± 0,400	6,980 ± 0,060	4,882		5,196
33		6,310 ± 0,050				5,143	
34	6,304 ± 0,030			-0,145 ± 0,003	5,093		5,400
35		6,760 ± 0,040				5,350	
36					5,299		5,600
37		6,920 ± 0,060				5,552	
38	6,820 ± 0,050			0,123 ± 0,008	5,502		5,800
39		7,280 ± 0,030				5,750	
40	7,000 ± 0,150		7,210 ± 0,400	7,500 ± 0,150	5,701		5,993
41		{ 6,710 ± 0,050				5,945	
42	6,600 ± 0,900	{ 7,270 ± 0,050			5,898		6,188
43						6,138	
46	7,810 ± 0,070				6,279		6,559
50	8,360 ± 0,090				6,650		6,920
54	9,070 ± 0,100				7,010		7,275

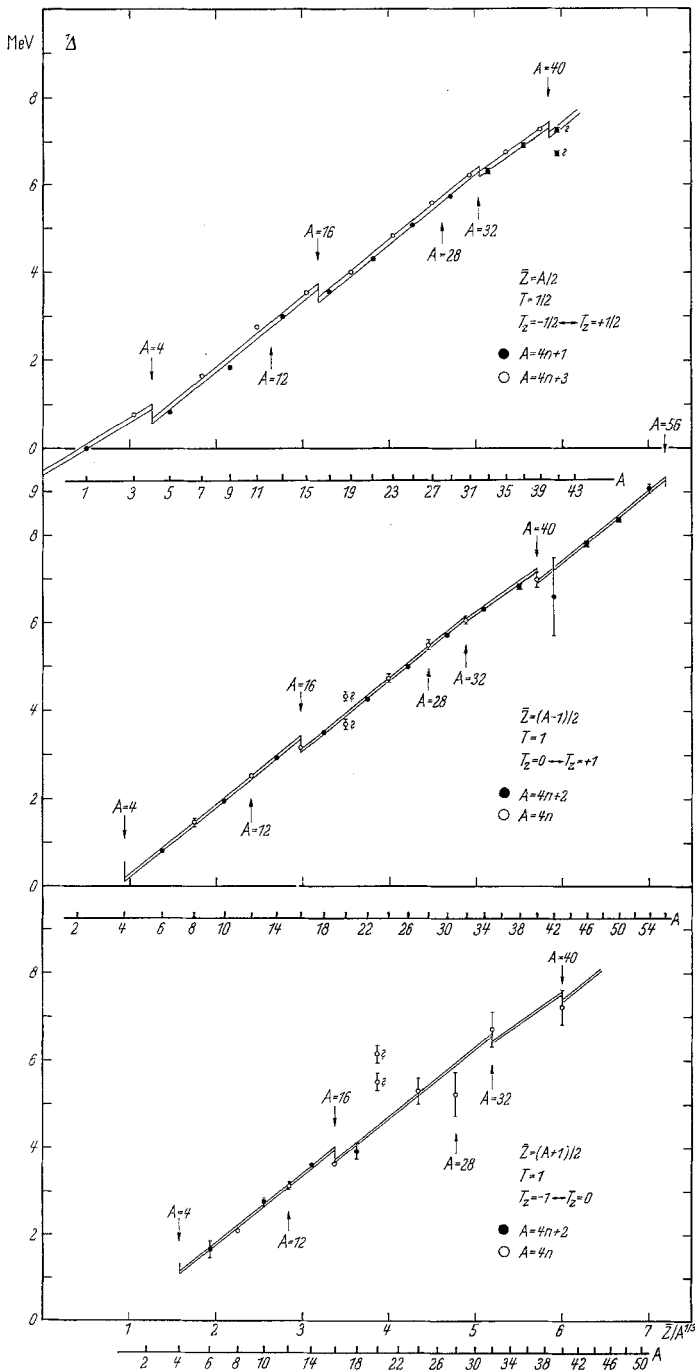


Fig. 1. Erste Coulomb-Energiedifferenzen ${}^1\Delta$ bei $\bar{Z} = A/2$, $T = \frac{1}{2}$, (Spiegelkerne), bei $\bar{Z} = (A-1)/2$, $T = 1$ und bei $\bar{Z} = (A+1)/2$, $T = 1$ als Funktion von $\bar{Z}/A^{1/3}$. Man erkennt Unstetigkeiten bei $A = 4, 16, 32$ und 40 sowie überlagerte Strukturen. Die eingezeichneten Geraden werden durch Gl. (5) beschrieben

Fig. 2 zeigt ${}^2\Delta$ für die drei einfachen Reihen (Differenzbildung in Spalte 3, 2 bzw. 4) sowie ${}^2\Delta^n$ für die beiden kombinierten Reihen (Differenzbildung zwischen Spalte 2 und 3 bzw. 3 und 4) als Funktion von A . Auf die Darstellung von ${}^2\Delta^b$ wurde verzichtet, da sich dort mehrere

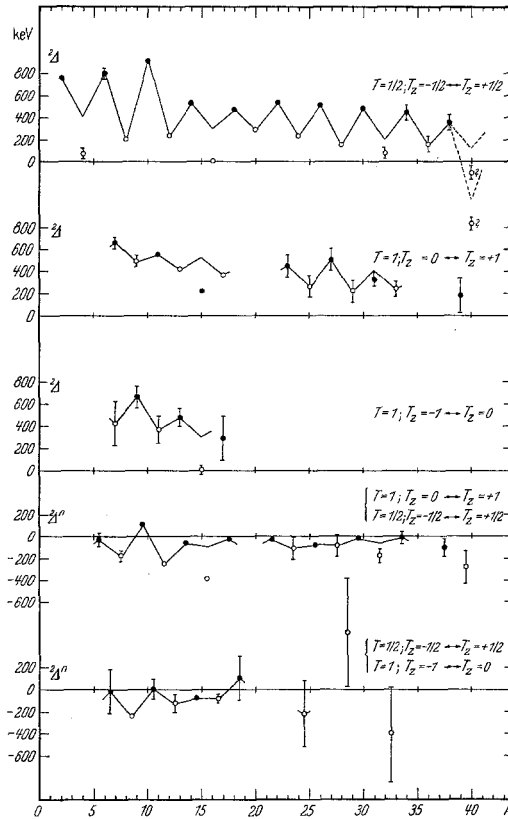


Fig. 2. Zweite Coulomb-Energiedifferenzen ${}^2\Delta$ für die drei einfachen Reihen (Differenzbildung innerhalb der in der Figur angeführten Reihen von ${}^1\Delta$ entsprechend Tabelle 1, Spalte 3, 2 bzw. 4) und ${}^2\Delta^n$ für die beiden kombinierten Reihen (Differenzbildung zwischen den in der Figur angeführten Reihen von ${}^1\Delta$ entsprechend Tabelle 1, Spalten 2 und 3 bzw. 3 und 4) als Funktion von A . Die drei ersten Kurven entsprechen direkt Fig. 1. Die eingezeichneten Kurven berücksichtigen die Unstetigkeiten von ${}^1\Delta$ bei den Schalenabschlüssen. Sie beschreiben dadurch nur noch die überlagerten Strukturen

Effekte überlagern. Die eingezeichneten Kurvenverläufe wurden bei $A = 4, 16, 32$ und 40 um den jeweiligen Sprung in ${}^1\Delta$ korrigiert. Die Kurven beschreiben dadurch im wesentlichen nur noch das Verhalten der überlagerten Strukturen. Die Amplituden der Oszillationen von ${}^2\Delta$ sind in den beiden Kurven zu $T = 1$ nur noch rund halb so groß wie die Amplituden bei $T = \frac{1}{2}$. Außerdem deuten sich in ${}^2\Delta^n$ ebenfalls schwache Oszillationen an.

3. Diskussion

Die Coulomb-Energiedifferenzen 1A aus Tabelle 1 und Fig. 1 lassen sich zunächst rein empirisch in guter Näherung durch die folgende Gleichung beschreiben:

$${}^1A \text{ (i. Schale)} = E_1^{(i)} \cdot \frac{\bar{Z}}{A^{\frac{1}{3}}} - E_2^{(i)} + \delta \cdot E_3 + \delta' \cdot E_4 \quad (5)$$

mit $E_1^{(i)}, E_2^{(i)}$ nach Tabelle 2, Spalte 2 und 3

$$\left. \begin{aligned} E_3 &= 0,120 \text{ MeV} \\ E_4 &= 0,060 \text{ MeV} \\ 2\delta &= 1 + (-1)^{\bar{Z}+\frac{1}{2}} \quad (\text{vgl. Tabelle 3, Spalte 7 bis 9}) \\ \delta' &= \begin{cases} +1 & \text{für } A=4n+2, T=1, T_z=1 \leftrightarrow 0 \\ -1 & \text{für } A=4n+2, T=1, T_z=0 \leftrightarrow -1 \\ 0 & \text{für } A \neq 4n+2. \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Die Energien $E_1^{(i)}, E_2^{(i)}, E_3$ und E_4 sind mittlere empirische Werte, die die experimentellen Daten am besten beschreiben. Durch den Anteil

Tabelle 2. Koeffizienten für Gl. (5)

(1) Schale	(2) $E_1^{(i)}$	(3) $E_2^{(i)}$	(4) $r_0^{(i)}$
$s \frac{1}{2}$	1,194 MeV	0,597 MeV	$1,45 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$
$p \frac{3}{2}$	1,593	1,429	1,08
$p \frac{1}{2}$	1,593	1,429	1,08
$d \frac{5}{2}$	1,595	1,745	1,08
$s \frac{1}{2}$	1,595	1,745	1,08
$d \frac{3}{2}$	1,380	0,770	1,25
$f \frac{7}{2}$	1,600	2,280	1,08

$E_1^{(i)} \cdot \bar{Z}/A^{\frac{1}{3}} - E_2^{(i)}$ in Gl. (5) wird das Verhalten von 1A mit den Unstetigkeiten an den abgeschlossenen Schalen bereits grob beschrieben. $E_1^{(i)}$ und $E_2^{(i)}$ sind mindestens innerhalb einer Unterschale konstant. Das additive Glied $\delta \cdot E_3 + \delta' \cdot E_4$ beschreibt dann die überlagerten Strukturen. Es nimmt die Werte 0, 60 und 120 keV an.

Die in Fig. 1 eingezeichneten Geraden folgen Gl. (5) in Verbindung mit den Beziehungen (6) und Tabelle 2. Eine für die drei Reihen von Coulomb-Energiedifferenzen einheitliche Darstellung erhält man, wenn man von den experimentellen Werten, Energien von 0, 60 oder 120 keV entsprechend dem Ausdruck $\delta \cdot E_3 + \delta' \cdot E_4$ abzieht. In Fig. 3 ist ${}^1A - (\delta \cdot E_3 + \delta' \cdot E_4)$ als Funktion von $\bar{Z}/A^{\frac{1}{3}}$ aufgetragen. Die eingezeichneten Geraden werden durch $E_1^{(i)} \cdot \bar{Z}/A^{\frac{1}{3}} - E_2^{(i)}$ beschrieben. Die Übereinstimmung ist gut. Mit Ausnahme der Coulomb-Energiedifferenzen einiger Spiegelkerne in der $p \ 3/2$ -Schale, insbesondere für $B^9 - Be^9$ und

C^{11} — B^{11} sowie eventuell noch²⁵ für Sc^{41} — Ca^{41} ist die Übereinstimmung zwischen Gl. (5) und den experimentellen Werten besser als 50 keV.

Im folgenden sollen unter besonderer Berücksichtigung der Isobarentripletts die Effekte, die für das Zustandekommen von Gl. (5) verantwortlich sein könnten, diskutiert werden. Dies sind für die überlagerten

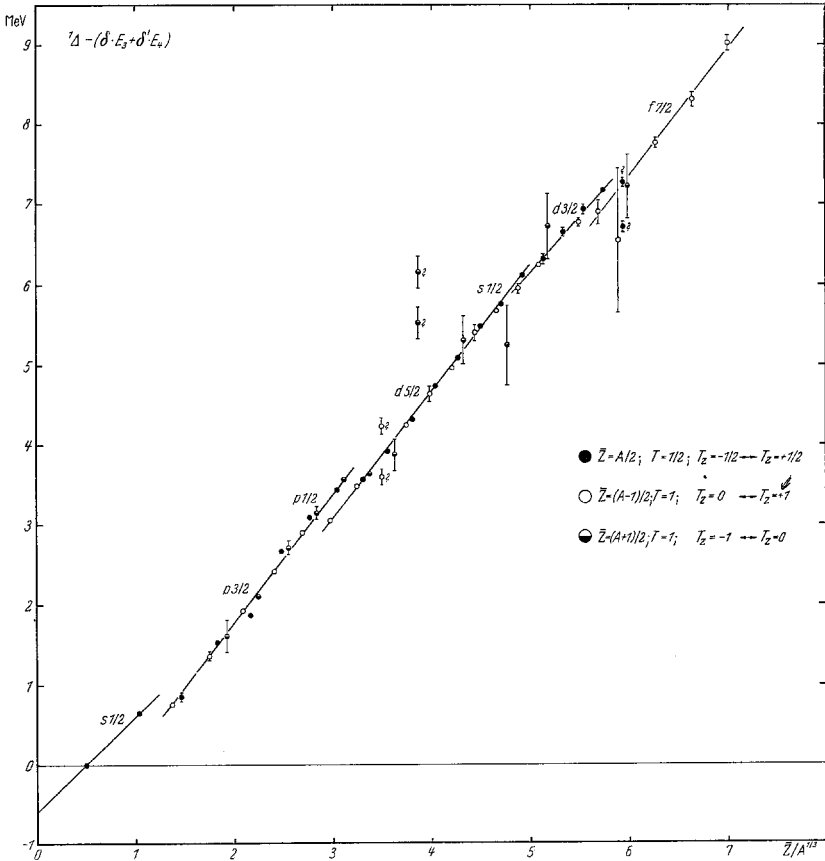


Fig. 3. $\Delta = (\delta \cdot E_3 + \delta' \cdot E_4)$ als Funktion von $\bar{Z}/A^{1/2}$. Nach Abzug der Effekte, die zu den überlagerten Strukturen führen, lassen sich die drei Reihen von Coulomb-Energiedifferenzen (vgl. Fig. 1) durch gemeinsame Geraden beschreiben entsprechend Gl. (5)

Strukturen die Coulomb-Paarungsenergie (E_3) und die Verschiebung des tiefsten $T=1$ -Zustandes der selbstkonjugierten Kerne mit $A = 4n + 2$ (E_4). Es folgen die Fragen der Ladungsverteilung sowie die Coulomb-Selbstenergie des Protons (E_1, E_2). Zum Abschluß werden die erwähnten Abweichungen diskutiert.

Es ist schon länger bekannt, daß der Verlauf der Coulomb-Energiedifferenzen der Spiegelkerne innerhalb einer Schale keinen glatten

Verlauf zeigt. Vielmehr ist stets die Coulomb-Energiedifferenz der Kerne mit $A = 4n + 3$ relativ größer als die der Kerne mit $A = 4n + 1$. Dieser Effekt wird zurückgeführt auf eine zusätzliche Coulomb-Paarungsenergie zwischen abgesättigten Protonenpaaren^{4,9,16,17}. Während bei den Kernen mit $A = 4n + 1$ die Zahl der abgesättigten Protonenpaare in Anfangs- und Endkern einander gleich ist, enthält bei $A = 4n + 3$ der protonenreichere Kern stets ein abgesättigtes Paar mehr. Man weiß, daß gegenseitig abgesättigte Protonen einen kleineren mittleren Abstand haben. Hieraus ergibt sich dann die vergrößerte Coulomb-Energie des

Tabelle 3. Anzahl und Differenz der abgesättigten Protonenpaare

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
A	Anzahl abgesättigter Protonenpaare					Differenz δ abgesättigter Protonenpaare		
	$T=1$ $T_z=+1$	$\frac{1}{2}$ $+\frac{1}{2}$	1 0	$\frac{1}{2}$ $-\frac{1}{2}$	1 -1	1 $+1 \leftrightarrow 0$	$\frac{1}{2}$ $+\frac{1}{2} \leftrightarrow -\frac{1}{2}$	1 $0 \leftrightarrow -1$
$4n$	$n - 1$		n		n	1		0
$4n + 1$		n		n			0	
$4n + 2$	n		n		$n + 1$	0		1
$4n + 3$		n		$n + 1$			1	
$4n + 4$	n		$n + 1$		$n + 1$	1		0

betreffenden Kerns. Ein ähnliches Verhalten sollte auch für die Isobarentriplets zu erwarten sein. In Tabelle 3 sind die Anzahl solcher Protonenpaare sowie die jeweiligen Differenzen angegeben. Die Differenzen δ sind 0 oder 1. Sie werden durch Gl. (6) beschrieben.

Bei einer angenähert konstanten Coulomb-Paarungsenergie E_3 sollten die drei Kurven für die ersten Differenzen $^1\Delta$ in Fig. 1 überlagerte Oszillationen von gleicher Amplitude enthalten. Auch sollten alle zweiten Differenzen $^2\Delta$ in Fig. 2 gleiche Oszillationen mit der doppelten Coulomb-Paarungsenergie als Amplitude und $^2\Delta^n$ sollte keinerlei Strukturen aufweisen. Das tatsächliche in Abschnitt 2 beschriebene Verhalten entspricht sehr gut diesen Erwartungen mit einem E_3 von etwa 120 keV.

Eine genauere Analyse von $^1\Delta$ und $^2\Delta$ zeigt jedoch, daß sich bei den Isobarentriplets ($T = 1$) noch ein weiterer Effekt überlagert, der die Amplitude der Oszillationen verringert. Dieser Effekt äußert sich bei den Kernen mit $A = 4n + 2$ in einer Erhöhung der Coulomb-Energiedifferenzen um etwa 60 keV zwischen den Kernen mit $T_z = 0 \leftrightarrow T_z = +1$ und $\bar{Z} = (A - 1)/2$ und einer entsprechenden Erniedrigung bei $T_z = -1 \leftrightarrow T_z = 0$ und $\bar{Z} = (A + 1)/2$. Dieses Verhalten wird formal durch den Ausdruck $\delta' \cdot E_4$ in Gl. (5) beschrieben. Ohne diese Korrektur würden die Werte für $A = 4n + 2$ in Fig. 3 systematische Abweichungen zeigen. Physikalisch bedeutet dieser zusätzliche Ausdruck, daß aus zunächst noch unbekanntem Gründen der tiefste Zustand mit $T = 1$ bei allen selbstkonjugierten Kernen mit $A = 4n + 2$ offenbar um eine Energie von etwa

60 keV angehoben ist. Bei den selbstkonjugierten Kernen mit $A = 4n$ ist dieser Effekt nicht vorhanden. In Fig. 4 sind die Einflüsse dieses Effektes und der Coulomb-Paarungsenergie auf die relative Lage der tiefsten analogen Zustände der Isobarendoublets und Isobarentriplets dargestellt. Die Energiedifferenzen zwischen den benachbarten analogen Zuständen werden durch $\delta \cdot E_3 + \delta' \cdot E_4$ wiedergegeben.

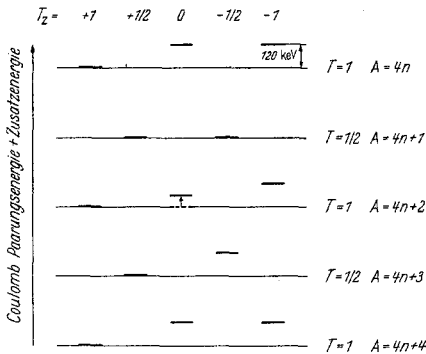


Fig. 4. Einfluß der Coulomb-Paarungsenergie und des zusätzlichen Effektes bei den selbstkonjugierten Kernen mit $A = 4n + 2$ auf die relative Lage der analogen Grundzustände der Isobarendoublets und Isobarentriplets. Diese Energiebeiträge führen zu den überlagerten Strukturen in Fig. 1 und Fig. 2. Die Energiedifferenzen zwischen benachbarten Zuständen betragen $\delta \cdot E_3 + \delta' \cdot E_4$.

Bereits 1956 hat WILKINSON²⁰ bei selbstkonjugierten Kernen nach einer Verschiebung der experimentell gemessenen tiefsten $T = 1$ -Zustände gegenüber einer berechneten Lage gesucht. Er fand einen mittleren Wert von etwa -35 keV durch Vergleich der experimentell bekannten tiefsten $T = 1$ -Zustände in diesen Kernen mit den experimentellen Coulomb-Energiedifferenzen der benachbarten Spiegelkerne mit gleicher Protonenzahl. Diese Energien wurden mit dem Faktor $[(A - 1)/A]^{\frac{1}{2}}$ multipliziert, um die Veränderung des Radius

durch die unterschiedlichen Neutronenzahlen zu berücksichtigen. WALLACE und WELCH¹³ fanden neuerdings nach der gleichen Methode eine Verschiebung um $-(53 \pm 74)$ keV. Die Energiewerte von -35 bzw. -53 keV sind nicht in Übereinstimmung mit den Ergebnissen dieser Arbeit.

Das beschriebene Verfahren soll nun etwas abgewandelt auf die Werte in Tabelle 1 angewendet werden. Die in Gl. (4) definierte und in Fig. 2 dargestellte Größe ${}^2\Delta^n$ beschreibt bereits den Unterschied der fraglichen Coulomb-Energiedifferenzen. Man muß nur noch den Einfluß der bei unterschiedlichen Neutronenzahlen verschiedenen Radien berücksichtigen. Dies erreicht man entsprechend Gl. (5) durch Addition des Ausdrucks $E_1^{(i)} \cdot A(Z/A^{\frac{1}{2}})$. Außerdem muß man wie in Fig. 2 an den Schalenabschlüssen die Unstetigkeiten von ${}^1\Delta$ berücksichtigen. Dieses Verfahren berücksichtigt die Beeinflussung der Coulomb-Energie durch zusätzliche Neutronen aller Voraussicht nach besser als der oben angegebene Faktor $[(A - 1)/A]^{\frac{1}{2}}$. Fig. 5 zeigt ${}^2\Delta^n + E_1^{(i)} \cdot A(Z/A^{\frac{1}{2}})$ als Funktion von A . Man sieht, daß in beiden Reihen die Werte, die die Kerne mit $A = 4n + 2$ betreffen praktisch alle positiv sind, während die Werte für $A = 4n$ um die Energie 0 streuen. Bei den Punkten mit kleinem A überlagern sich Unregelmäßigkeiten in den Coulomb-Energie-

differenzen der Spiegelkerne. Die restlichen Punkte zeigen jedoch, daß für die Lage Δ_{10} (vgl. Abschn. 2 mit Tabelle 1) der tiefsten $T = 1$ -Zustände der selbstkonjugierten Kerne ($Z = N = A/2$) gilt:

$$\Delta_{10}^{\text{experimentell}} - \Delta_{10}^{\text{berechnet}} \approx \begin{cases} E_A = 60 \text{ keV} & \text{für } A = 4n + 2 \\ 0 & \text{für } A = 4n. \end{cases} \quad (7)$$

Dieses Ergebnis bestätigt die bereits in Fig. 4 dargestellte Aussage.

WILKINSON²⁰ hat eine Reihe von physikalischen Gründen angegeben, die zu Energieverschiebungen der betrachteten Zustände führen können.

1. Konfigurationsmischungen zwischen dem tiefsten $T = 1$ -Zustand und den angeregten $T = 0$ -Zuständen der betrachteten selbstkonjugierten Kerne können zu negativen Energieverschiebungen führen. Der Effekt sollte bei den leichtesten Kernen mit $A = 4n$ am ausgeprägtesten sein, da dort wegen des großen Δ_{10} (vgl. Tabelle 1) die Dichte von $T = 0$ -Zuständen in der Nähe des tiefsten $T = 1$ -Zustandes am größten ist.

2. Wie THOMAS²³ gezeigt hat, ergibt sich eine negative Energieverschiebung bei solchen Zuständen, die gegenüber Protonenemission instabil sind. Das fragliche Proton hält sich nämlich zeitweise am Rand des Kernes in einem Bereich kleinerer Coulomb-Energie auf. Der tiefste $T = 1$ -Zustand von O^{16} ist protoneninstabil, die entsprechenden Zustände

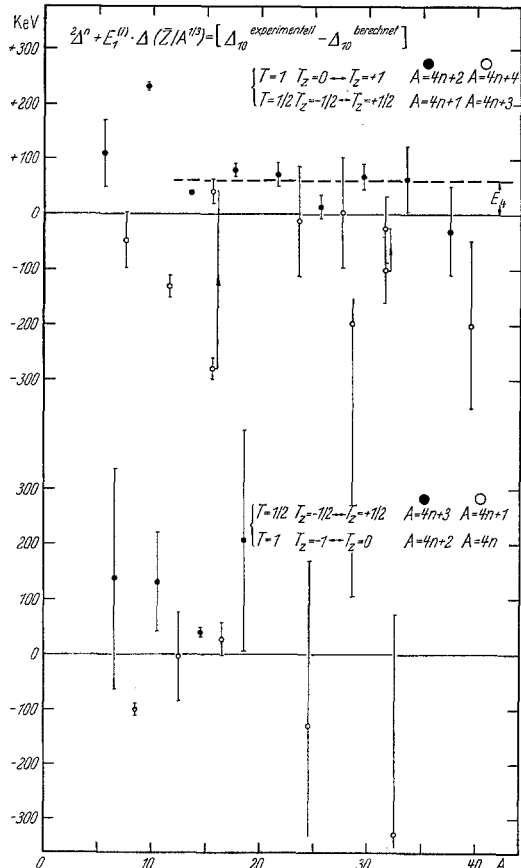


Fig. 5. ${}^2\Delta^n + E_1^{(1)} \cdot \Delta(\bar{Z}/A^{1/3}) = [\Delta_{10}^{\text{experimentell}} - \Delta_{10}^{\text{berechnet}}]$ für die selbstkonjugierten Kerne als Funktion von A . (Vgl. die entsprechenden Kurven in Fig. 2.) Bei $A = 16$ und 32 wurden die Unstetigkeiten von ${}^1\Delta$ berücksichtigt. Die Punkte zeigen eine positive Energieverschiebung der tiefsten $T = 1$ -Zustände der selbstkonjugierten Kerne mit $A = 4n + 2$. Bei $A = 4n$ ist kein Effekt vorhanden

²³ THOMAS, R. G.: Phys. Rev. **88**, 1109 (1952).

von Be^8 und C^{12} sind gerade noch protonenstabil. Auch dieser Effekt sollte also bevorzugt bei den leichtesten Kernen mit $A = 4n$ auftreten.

3. Es gibt eine Wechselbeziehung zwischen Coulomb-Kräften und Kernkräften. Die Coulomb-Kräfte führen zu einer Vergrößerung des Radius und ändern dadurch die Bindungsenergie. Dieser Effekt kann nach WILKINSON zu einer positiven Energieverschiebung führen.

4. Neben der Coulomb-Paarungsenergie abgesättigter Protonenpaare kann zusätzlich auch die Paarung einer geraden Anzahl von Nukleonen über die oben besprochene Wechselbeziehung zwischen Coulomb-Kräften und Kernkräften zu Energieverschiebungen führen. Dieser Effekt sollte sich für gg - und uu -Kerne, d.h. für die Kerne mit $A = 4n$ und $A = 4n + 2$ verschieden verhalten.

Es läßt sich noch nicht entscheiden, ob einer dieser von WILKINSON diskutierten Effekte zur Deutung der gefundenen Energieverschiebung um etwa 60 keV herangezogen werden kann. Der zuletzt angedeutete Effekt scheint am ehesten geeignet das Verhalten zu beschreiben, nämlich das Vorhandensein bei allen selbstkonjugierten uu -Kernen, die Abwesenheit bei den gg -Kernen sowie die Unabhängigkeit von A_{10} .

Nach der Coulomb-Paarungsenergie und der Energieverschiebung bei selbstkonjugierten Kernen soll nun versucht werden, die Energien $E_1^{(i)}$ und $E_2^{(i)}$ aus Gl. (5) zu deuten. In Anlehnung an Gl. (3) kann man für die Coulomb-Energien folgenden Ansatz machen:

$$E_c(\text{i. Schale}) = \frac{3}{5} \frac{e^2}{r_0^{(i)}} \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} - Z \cdot S_p - \varepsilon_1^{(i)} - Z' \cdot \varepsilon_2^{(i)} + \left[\frac{Z'}{2} \right] \varepsilon_3. \quad (8)$$

Die Z -Protonen werden dabei auf einen Kern (core) mit $Z - Z'$ -Protonen und auf Z' -Außenprotonen aufgeteilt. An Stelle des für alle Protonen charakteristischen mittleren $r_0(A)$ aus Gl. (3) wird ein für die jeweiligen Außenprotonen charakteristisches $r_0^{(i)}$ benutzt. Dann sind drei Korrekturglieder zu berücksichtigen. $\varepsilon_1^{(i)}$ beschreibt den für den Kern (core) gemachten Fehler, $\varepsilon_2^{(i)}$ beschreibt den für die Coulomb-Wechselwirkung zwischen dem Kern (core) und einem Außenproton gemachten Fehler und ε_3 beschreibt den für ein abgesättigtes Paar von Außenprotonen gemachten Fehler (Coulomb-Paarungsenergie). $[Z'/2]$ ist die größte ganze Zahl $\leq Z'/2$. S_p ist die Coulomb-Selbstenergie^{5,8,10,15,18} des Protons (Austauschterm). Durch Differenzbildung erhält man dann

$${}^1\Delta(\text{i. Schale}) = 1,2 \cdot \frac{e^2}{r_0^{(i)}} \cdot \frac{\bar{Z}}{A^{\frac{1}{3}}} - (\varepsilon_2^{(i)} + S_p) + \delta \cdot \varepsilon_3. \quad (9)$$

Mit Ausnahme des fehlenden Gliedes $\delta' \cdot E_4$ ist Gl. (9) mit Gl. (5) identisch, wenn man setzt:

$$E_1^{(i)} = 1,2 \cdot \frac{e^2}{r_0^{(i)}}, \quad (10a)$$

$$E_2^{(i)} = \varepsilon_2^{(i)} + S_p, \quad (10b)$$

$$E_3 = \varepsilon_3. \quad (10c)$$

Die Werte für $E_1^{(i)}$ und $E_2^{(i)}$ in Tabelle 2 sowie Fig. 1 und Fig. 3 zeigen, daß bei den Hauptschalenabschlüssen bei $A = 4, 16$ und 40 sowie beim Unterschalenabschluß bei $A = 32$ Unstetigkeiten vorhanden sind. Es ist auffällig, daß bei den anderen Unterschalenabschlüssen bei $A = 12$ und 28 praktisch keine Sprünge zu erkennen sind.

Die Radien $r_0^{(i)}$ nach Gl. (10a) sind in Tabelle 2, Spalte 4 aufgeführt. Die Werte sind von vernünftiger Größe. Ein Vergleich von Gl. (3) mit Gl. (5) gibt die Möglichkeit, $r_0(A)$ als Funktion von $r_0^{(i)}$ (oder $E_1^{(i)}$), $Z/A^{1/3}$, $E_2^{(i)}$, S_p , E_3 und E_4 anzugeben.

$E_2^{(s \frac{1}{2})}$ ist nach Gl. (10b) zu deuten als Coulomb-Selbstenergie S_p des Protons, da in dieser Schale $e_2^{(s \frac{1}{2})} = 0$ ist. Unser Wert von $0,60$ MeV aus Tabelle 2, Spalte 3 ist in guter Übereinstimmung mit dem von CHERRY¹⁸ theoretisch gefundenen Wert von $0,58$ MeV für die Coulomb-Selbstenergie des Protons.

Wie bereits erwähnt, weichen einige experimentelle Coulomb-Energiedifferenzen von Gl. (5) ab. Dies sind zunächst einige Spiegelkernwerte in der $p \frac{3}{2}$ -Schale. Das reguläre Verhalten der Isobarentriplets in diesem Bereich läßt vermuten, daß sich bei diesen Spiegelkernen zusätzliche Effekte überlagern. Die große Abweichung der Coulomb-Energiedifferenz von $B^9 - Be^9$ nach unten führt WILKINSON²⁰ auf die bereits besprochene Thomas-Verschiebung²³ zurück. B^9 ist protoneninstabil und kann deshalb eine kleinere Coulomb-Energie besitzen. Es ist jedoch fraglich, ob dieser Effekt die vorhandenen Abweichungen erklären kann. Es müßten nämlich wegen der Instabilität von Be^6 , F^{16} , O^{16*} , Li^5 und He^5 auch Einflüsse auf die Coulomb-Energiedifferenzen bei $Be^6 - Li^6$, $F^{16} - O^{16*} - N^{16}$ und eventuell $Li^5 - He^5$ vorhanden sein.

YAMAMOTO und STEIGERT²⁴ vermuten bei P^{30} einen zusätzlichen $T = 1$ -Zustand $0,26$ MeV unterhalb des bekannten $T = 0$ -Grundzustandes. Dies würde zu starken Abweichungen zwischen den zugehörigen Coulomb-Energiedifferenzen und Gl. (5) führen. In Tabelle 1 und Fig. 4 wurde der bisher bekannte tiefste $T = 1$ -Zustand mit $A_{10} = 0,69$ MeV benutzt. Die Übereinstimmung mit Gl. (5) ist gut. Bei einer Inversion der tiefsten $T = 1$ - und $T = 0$ -Zustände müßte auch P^{30} ähnlich wie Cl^{34} einen übererlaubten β^+ -Zerfall machen.

Der Wert für die Coulomb-Energiedifferenz von $Sc^{41} - Ca^{41}$ basiert im wesentlichen²⁵ auf dem Q -Wert der Reaktion $Ca^{40}(d, n)Sc^{41}$. Die Werte für 1A in Tabelle 1 bzw. die beiden in Fig. 1 und 3 angegebenen Punkte beziehen sich auf Q -Werte von $-0,57 \pm 0,05$ MeV bzw. $-1,13 \pm 0,05$ MeV. PLENDL und STEIGERT²⁵ betrachten den ersten Wert als

²⁴ YAMAMOTO, S. S., u. F. E. STEIGERT: Phys. Rev. **117**, 535 (1960).

²⁵ PLENDL, H. S., u. F. E. STEIGERT: Phys. Rev. **116**, 1534 (1959).

Q -Wert für den Übergang in den Grundzustand, Gl. (5) macht den zweiten Wert wahrscheinlicher^{25a}.

Es ist erstaunlich, daß das Gesamtverhalten der Coulomb-Energiedifferenzen mit nur geringfügigen Abweichungen durch die einfache Gl. (5) beschrieben werden kann. Die Werte $E_1^{(i)}$, $E_2^{(i)}$, E_3 und E_4 in Gl. (5), Gl. (6) und Tabelle 2 sind jedoch rein empirisch ermittelt. Eine Theorie für die Coulomb-Energie einzelner Kerne oder für das allgemeine Verhalten aller betrachteten Kerne müßte in der Lage sein, auf Grund von Voraussetzungen über die Kopplungen zwischen den Nukleonen, über die Potentiale, Konfigurationsmischungen etc. diese Werte zu berechnen. Beispielsweise müßte auch das unterschiedliche Verhalten bei den Abschüssen der Unterschalen bei $A=12$, 28 und 32 erklärbar sein und damit Aufschlüsse über die Art der Kopplung zwischen den Nukleonen geben. Die theoretischen Arbeiten, die sich mit den Coulomb-Energiedifferenzen insbesondere zwischen den Spiegelkernen befassen, beschreiben das allgemeine Verhalten mit Sprüngen an den Schalenabschlüssen und die überlagerten Oszillationen; eine quantitative Übereinstimmung ist aber noch nicht vorhanden.

Herrn Dr. C. MAYER-BÖRIGKE vom Max-Planck-Institut für Kernphysik, Heidelberg sowie den Herren Dr. H. J. MANG und Dipl.-Phys. E. MASCHKE vom Institut für Theoretische Physik, Heidelberg, bin ich für eingehende Diskussionen sehr zu Dank verpflichtet.

Anhang

Gl. (5) mit Gl. (6) und Tabelle 2 gestattet Voraussagen über noch nicht oder nur ungenau gemessene Werte. Die Tabellen 4, 5 und 6 bringen die berechneten Werte für den Energieunterschied zwischen den tiefsten Zuständen zu $T=1$ und $T=0$ bei selbstkonjugierten Kernen, für die Massendefekte ($M-A$) einiger Kerne sowie für die maximalen β^+ -Energien und Halbwertszeiten einiger übererlaubter $O^+ \rightarrow O^+$ -Fermi-Übergänge. Bei der Berechnung²⁶ der (partiellen) Halbwertszeiten dieser β -Übergänge wurde der ft -Wert des Zerfalls von O^{14} benutzt²⁷.

^{25a} Bemerkung bei der Korrektur. Die Diskrepanz zwischen der bisher bekannten Coulomb-Energiedifferenz von Sc^{41} - Ca^{41} und Gl. (5) ist durch neuere Messungen praktisch beseitigt. Für ^{14}O ergibt sich:

nach Gl. (5)	7,23 \pm 0,10 MeV
aus der $Ca^{40}(d,n)Sc^{41}$ -Reaktion ^a	(7,2 \pm 0,05) oder 7,55 \pm 0,05 MeV
aus der $Ca^{40}(He^3,d)Sc^{41}$ -Reaktion ^b	7,34 \pm 0,10 MeV
aus der $Ca^{40}(d,n)Sc^{41}$ -Reaktion ^b	7,46 \pm 0,07 MeV
aus dem $Sc^{41}(\beta^+)Ca^{41}$ -Zerfall ^c (mit Fermi-Analyse ^b)	(7,10 \pm 0,10) ^d MeV
aus dem $Sc^{41}(\beta^+)Ca^{41}$ -Zerfall ^e	7,45 \pm 0,10 MeV

a) PLENDL, H. S., u. F. E. STEIGERT: Private Mitteilung.

b) WEGENER, H. E., and W. S. HALL: Phys. Rev., wird veröffentlicht. — Bull. Amer. Phys. Soc. 5, 248 (1960).

c) ELLIOT, D. R., and L. D. P. KING: Phys. Rev. 60, 489 (1941).

d) Dieser Wert ist vermutlich durch Beimengung von K^{38} erniedrigt. Vgl.

JÄNECKE, J.: Z. Naturforsch. 14a, 593 (1960).

e) CLASS, FARMER and CRAMER: Phys. Rev., wird veröffentlicht.

²⁶ MOSZKOWSKI, S. A., u. K. M. JANTZEN: UCLA Techn. Report 10-26-55.

²⁷ KISTNER, O. C., u. B. M. RUSTAD: Phys. Rev. 114, 1329 (1959).

Tabelle 4. Berechnete Werte für den Energieunterschied A_{10} zwischen den tiefsten Zuständen zu $T = 1$ und $T = 0$

(1) Kern	(2) A_{10} in MeV	(1) Kern	(2) A_{10} in MeV
Ne ²⁰	10,22 ± 0,10	Cr ⁴⁸	(6,0)
Ar ³⁶	6,60 ± 0,10	Fe ⁵²	(6,2)
Ca ⁴⁰	7,50 ± 0,10	Ni ⁵⁶	(5,9)
Ti ⁴⁴	(6,6)		

Tabelle 5. Berechnete Werte für den Massendefekt einiger Kerne

(1) Kern	(2) ($M-A$) in MeV	(1) Kern	(2) ($M-A$) in MeV	(1) Kern	(2) ($M-A$) in MeV
Sc ⁴¹	-16,57 ± 0,10	S ³⁰	-5,14 ± 0,10	V ⁴⁴	-10,89 ± 0,20
Ti ⁴³	-16,62 ± 0,10	Cl ³²	-3,94 ± 0,10	Cr ⁴⁶	-16,24 ± 0,20
Ne ¹⁸	10,59 ± 0,10	Ar ³⁴	-8,45 ± 0,10	Mn ⁴⁸	-15,18 ± 0,20
Na ²⁰	12,72 ± 0,10	K ³⁶	-6,81 ± 0,10	Fe ⁵⁰	-20,01 ± 0,30
Mg ²²	6,05 ± 0,10	Ca ³⁸	-10,92 ± 0,10	Co ⁵²	-19,04 ± 0,30
Al ²⁴	7,00 ± 0,10	Sc ⁴⁰	-9,00 ± 0,10	Ni ⁵⁴	-23,52 ± 0,30
Si ²⁶	0,49 ± 0,10	Ti ⁴²	-12,80 ± 0,20	Cu ⁵⁶	-22,06 ± 0,30
P ²⁸	1,24 ± 0,10				

Tabelle 6. Berechnete Werte für die maximalen β -Energien und partiellen Halbwertszeiten einiger übererlaubter $O^+ \rightarrow O^+$ -Positronenübergänge

(1) Übergang	(2) E_{β^+} in MeV berechnet	(3) E_{β^+} in MeV experimentell	(4) $T_{\frac{1}{2}}$ in sec berechnet	(5) $T_{\frac{1}{2}}$ in sec experimentell
Ne ¹⁸ → F ^{18*}	2,29 ± 0,10 ^a	3,2 ± 0,2 ^b	27,5 ^a	1,6 ± 0,2 ^b
→ F ¹⁸	3,37 ± 0,10 ^b			
Mg ²² → Na ^{22m}	3,06 ± 0,10	4,8 ± 0,9 ^e	8,0	0,66 ± 0,05 ^d 0,689 ± 0,008 ^f 1,1 ^e
Si ²⁶ → Al ^{26m}	3,78 ± 0,10		3,2	
S ³⁰ → P ^{30*}	4,46 ± 0,10		1,6	
Ar ³⁴ → Cl ³⁴	4,94 ± 0,10		1,0	
Ca ³⁸ → K ^{38m}	5,49 ± 0,10		0,64	
Sc ⁴² → Ca ⁴²	5,41 ± 0,10		0,70	
Ti ⁴² → Sc ⁴²	5,72 ± 0,10		0,54	
Cr ⁴⁶ → V ⁴⁶	6,47 ± 0,10		0,30	
Fe ⁵⁰ → Mn ⁵⁰	7,05 ± 0,10		0,20	
Ni ⁵⁴ → Co ⁵⁴	7,62 ± 0,10		0,14	

a) Etwa 5% aller Zerfälle sollten einen übererlaubten Übergang mit einer partiellen Halbwertszeit von etwa 27,5 sec in den ersten angeregten Zustand von F¹⁸ mit $T = 1$ machen.

b) Der erlaubte Übergang in den Grundzustand von F¹⁸ hat einen sehr kleinen ft -Wert ähnlich wie beim Übergang He⁶ → Li⁶. Gow, J. D., u. L. W. ALVAREZ: Phys. Rev. **94**, 365 (1954).

c) TYREN, H., u. P. A. TOVE: Phys. Rev. **96**, 773 (1954).

d) CLINE, J. E., u. P. R. CHAGNON: Phys. Rev. **108**, 1495 (1957).

e) CLOUTIER, J. A. R., u. A. HENDRIKSON: Canad. J. Phys. **35**, 1190 (1957).

f) JÄNECKE, J.: Z. Naturforsch. **14a**, 593 (1960).